



PRÁTICAS DOCENTES NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: EXPERIMENTOS REFERENTES A CONCEITOS DE ANÁLISE COMBINATÓRIA

TEACHING PRACTICES IN THE FINAL YEARS OF ELEMENTARY EDUCATION: EXPERIMENTS REGARDING CONCEPTS OF COMBINATION ANALYSIS

Diego de Vargas Matos¹

Michel da Costa²

Avaetê de Lunetta e Rodrigues Guerra³

Márcia Inês Schabarum Mikuska⁴

Maria Elisabette Brisola Brito Prado⁵

DOI: 10.5281/zenodo.13289928

Resumo: Este artigo apresenta um estudo de caso, de abordagem qualitativa, cujo objetivo é possibilitar aos estudantes do Ensino Fundamental a experimentação de conceitos da análise combinatória na prática. Fundamentado em autores que versam sobre uso de materiais concretos, utilização de experimentos disponíveis em museus de ciências e tecnologia e articulação com a Literatura Infantil no ensino de Matemática, foi realizada uma proposta de ensino sobre análise combinatória com três turmas de 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública localizada em um município da região metropolitana de Porto Alegre, RS. Como instrumento de coleta de dados, além de observações do professor pesquisador, também foi aplicado um questionário contendo questões abertas sobre as práticas pedagógicas realizadas, respondido pelos estudantes que participaram do estudo. A partir da análise dos dados, é possível concluir que a maioria dos estudantes apreciaram a proposta de ensino, principalmente as atividades pedagógicas envolvendo o uso de materiais concretos com apelo ao tátil e ao visual e que, por meio do uso desses recursos, conseguem perceber uma multiplicidade de conceitos sobre análise combinatória durante a resolução de situações problema envolvendo esse conteúdo.

¹Mestre em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS).

²Doutorado em Educação Matemática, Universidade Bandeirante de São Paulo (UNIBAN).

³Mestre em Filosofia, Universidade Federal da Paraíba (UFPB).

⁴Doutora em Metodologias para o Ensino de Linguagens e suas Tecnologias, Universidade Norte do Paraná (UNOPAR).

⁵Doutora em Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, (PUC-SP).



Palavras-chave: Análise combinatória; Ensino Fundamental; Materiais concretos; Museus de ciências e tecnologia; Literatura Infantil.

Abstract: This article presents a case study, with a qualitative approach, whose objective is to enable elementary school students to experiment with concepts of combinatorial analysis in practice. Based on authors who deal with the use of concrete materials, use of experiments available in science and technology museums and articulation with Children's Literature in Mathematics teaching, a teaching proposal on combinatorial analysis was carried out with three 8th year elementary school classes of a public school located in a municipality in the metropolitan region of Porto Alegre, RS. As a data collection instrument, in addition to observations by the research teacher, a questionnaire was also applied containing open questions about the pedagogical practices carried out, answered by the students who participated in the study. From data analysis, it is possible to conclude that the majority of students appreciated the teaching proposal, especially the pedagogical activities involving the use of concrete materials with tactile and visual appeal and that, through the use of these resources, they are able to perceive a multiplicity of concepts about combinatorial analysis during the resolution of problem situations involving this content.

Keywords: Combinatorial analysis; Elementary Education; Concrete materials; Science and technology museums; Children's Literature.

1. INTRODUÇÃO

Conforme consta na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), os conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental estão organizados em cinco unidades temáticas: Geometria; Grandezas e medidas; Estatística e probabilidade; Números; Álgebra (BRASIL, 2018). Anteriormente, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), estavam organizados em quatro blocos: Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; Tratamento da Informação (BRASIL, 1997). Como visto, após a promulgação da BNCC, a preocupação maior do campo Tratamento da Informação passou a ser estatística e probabilidade. Entretanto, a análise combinatória continua sendo tão importante nessa área quanto anteriormente, uma vez que, para calcularmos a probabilidade de um evento ocorrer, antes necessitamos saber o número total de possibilidades existentes. Ou seja, a análise combinatória é pré-requisito para o estudo da probabilidade. Além disso, na BNCC também é indicado diversas articulações entre conteúdos, sejam com outras áreas do conhecimento,



sejam com conteúdos matemáticos de outros eixos ou até mesmo entre conteúdos do mesmo eixo (BRASIL, 2018), nesse caso, entre análise combinatória e probabilidade.

Pensando nisso, foi elaborada uma proposta de ensino sobre análise combinatória para os estudantes do Ensino Fundamental de uma escola pública situada em um município da região metropolitana de Porto Alegre, Rio Grande do Sul, de modo a prepará-los com conhecimentos considerados pré-requisitos para os estudos posteriores sobre o eixo “Estatística e Probabilidade” no Ensino Médio.

Considerando as etapas do desenvolvimento humano, apresentadas por Piaget (1983), em que o período das operações concretas encontra-se anterior ao período das operações formais, e que muitos estudantes do Ensino Fundamental ainda encontram-se no período das operações concretas, essa proposta de ensino utiliza materiais concretos, a reprodução de experimentos matemáticos disponíveis em um museu de ciências e tecnologia e a articulação entre Matemática e Literatura Infantil para a construção de conhecimentos sobre análise combinatória pelos estudantes e sua posterior formalização. A fim de averiguar a percepção dos estudantes sobre as práticas pedagógicas realizadas, foi aplicado um questionário contendo questões abertas respondidas por eles posteriormente à execução das atividades descritas neste estudo.

Diante do cenário exposto, tem-se como objetivo geral deste estudo: Possibilitar aos estudantes do Ensino Fundamental a experimentação de conceitos da análise combinatória na prática. Alcançar esse objetivo é o mesmo que responder ao seguinte problema de pesquisa: De que modo é possível experimentar conceitos da análise combinatória na prática durante o Ensino Fundamental?

Para responder a esse problema, algumas metas foram elencadas, são elas:

i) Apresentar aos estudantes do Ensino Fundamental conceitos da análise combinatória, considerados pré-requisitos para estudos posteriores sobre probabilidade no Ensino Médio;

ii) Verificar a eficácia do uso de materiais concretos, da reprodução de experimentos disponíveis em um museu de ciências e tecnologia e da articulação entre Matemática e Literatura Infantil para o estudo de análise combinatória no Ensino Fundamental;



iii) Analisar as percepções dos estudantes, participantes da pesquisa, sobre a experimentação do estudo da análise combinatória de modo mais prático ainda no Ensino Fundamental.

Metodologicamente, esta investigação trata-se de um estudo de caso, de abordagem qualitativa. E, para sua melhor compreensão, foi organizada em cinco seções. Na primeira, Introdução, é apresentada a delimitação do assunto estudado, o estabelecimento dos objetivos gerais e específicos, a apresentação da justificativa para a escolha do tema, a apresentação da metodologia e a indicação da organização do trabalho.

Na segunda seção, Pressupostos Teóricos, são utilizados como referenciais teóricos alguns autores que versam sobre uso de materiais concretos, utilização de experimentos, que estão disponíveis em museus de ciências e tecnologia, e articulação com a Literatura Infantil para o ensino de Matemática.

Na terceira seção, Procedimentos Metodológicos, são apresentados a abordagem adotada para esta pesquisa, seu tipo, os participantes da pesquisa, os instrumentos utilizados para coleta de dados e o método de análise escolhido para os mesmos. Além de fazer uma breve descrição das etapas da proposta de ensino oferecida.

Na quarta seção, Relato da Experiência e Análise dos Resultados, é descrita minuciosamente a execução da proposta de ensino com os estudantes envolvidos e apresentada a análise das respostas dadas por eles a um questionário aplicado após a execução da proposta de ensino, buscando verificar suas percepções sobre as práticas pedagógicas realizadas.

Na quinta e última seção, Considerações Finais, são apresentadas as conclusões obtidas após a realização deste estudo, principalmente buscando responder ao problema de pesquisa.

2. PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

2.1. Sobre o uso de materiais concretos no ensino de Matemática

Para Rêgo e Rêgo (2006, p. 43), o uso de materiais concretos é fundamental, pois “[...] a partir de sua utilização adequada, os estudantes ampliam sua concepção sobre o que é, como



e para que aprender matemática, vencendo os mitos e preconceitos negativos, favorecendo a aprendizagem pela formação de ideias e modelos”.

O uso de materiais concretos é corroborado pela concepção interacionista de aprendizagem de Piaget (1983), segundo o qual a construção do conhecimento ocorre por meio da interação entre sujeito e objeto de conhecimento. O autor apresenta quatro estágios do desenvolvimento humano, a saber: período sensório-motor (0 a 2 anos); período pré-operatório (2 a 7 anos); período operatório concreto (7 a 11 anos); período operatório abstrato (11 anos em diante). Assim, a manipulação de materiais concretos, entre outras experiências exploratórias, é indicada no Ensino Fundamental para o avanço na sequência dos períodos de desenvolvimento humano, ou seja, partindo do período das operações concretas para o período das operações abstratas, bem como para a construção do conhecimento. Para Piaget (1983), o estudante constrói conhecimento por meio de assimilação e acomodação em que acrescenta a nova informação, reformulando ou ressignificando tal informação, por meio dos esquemas mentais existentes, ocorrendo a adaptação do processo, assim como a equilibração para novas informações posteriores.

Para os anos finais do Ensino Fundamental, em particular, Lorenzato (2006) sugere o uso de materiais que desafiam o raciocínio lógico dedutivo nos campos aritmético, geométrico, trigonométrico e estatístico, como, por exemplo, ilusões de ótica e paradoxos. Já para o Ensino Médio, o autor recomenda o uso de artigos de jornais e revistas, problemas de aplicação da Matemática, questões de vestibulares, desafios ao raciocínio topológico ou combinatório, situações-problema envolvendo temas já abordados no Ensino Fundamental, porém, com maior análise e interpretação pelos estudantes.

Sendo assim, neste estudo serão utilizados materiais concretos e experimentos que desafiam o raciocínio combinatório de estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, preparando-os para posterior aprofundamento dos conceitos desse campo de estudo da Matemática no Ensino Médio.



2.2. SOBRE O USO DE EXPERIMENTOS DISPONÍVEIS EM MUSEUS DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

O museu pode tornar-se um espaço aliado aos processos de ensino e de aprendizagem desde que seja explorado adequadamente por professores e estudantes, pois os experimentos que possui, entre outros ganhos, possibilitam a visualização de conteúdos abordados em aula. Segundo o Comitê Internacional de Museus (ICOM) na definição aprovada pela 20ª Assembleia Geral realizada em Barcelona, Espanha, em 6 de julho de 2001:

Um museu é uma instituição permanente, sem fins lucrativos, a serviço da sociedade e do seu desenvolvimento, aberta ao público e que adquire, conserva, investiga, difunde e expõe os testemunhos materiais do homem e de seu entorno, para educação e deleite da sociedade.

Além disso, de acordo com Ferraro e Giglio (2014, p. 334-335):

A parceria estabelecida entre museus e escolas se constitui em ganho na aprendizagem por parte dos alunos, tornando-os mais protagonistas de seu próprio processo de ensino, além de instigá-los a resolver problemas que aparecem – no caso específico de um museu de ciências – no funcionamento dos próprios experimentos.

Os chamados museus de ciências e tecnologia promovem acesso a conhecimentos científicos e tecnológicos simultaneamente. De acordo com Valente (2007, p. 11), a museologia de ciências e tecnologia “[...] é desafiada a assegurar a função tradicional dos museus de preservar e estudar um patrimônio, material e imaterial, ao mesmo tempo em que enfrenta questões e relações criadas na atualidade pela ciência e tecnologia, que transformam em ritmo acelerado o ambiente da sociedade”.

Alguns museus, em particular de ciências e tecnologia, são considerados interativos, pois possibilitam a iniciativa e a ação dos visitantes sobre os experimentos. Desse modo, os visitantes podem tocar, experimentar e observar os fenômenos de diversas áreas do conhecimento humano. Além disso, vale destacar que o conhecimento construído a partir dessa interação envolve o prazer de uma descoberta (BERTOLETTI, 2013).

O Museu de Ciências e Tecnologia da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (MCT-PUCRS) é um exemplo de museu interativo. Inaugurado em 14 de dezembro de



1998, o MCT-PUCRS “[...] apresenta mais de 800 experimentos interativos, distribuídos na área de exposições do Prédio 40 da PUCRS e no Museu Itinerante, o PROMUSIT” (BORGES et al., 2008, p. 11-12). Entre esses experimentos, o MCT-PUCRS conta com

[...] dioramas, multimeios, interações vivas, jogos virtuais e exposições temporárias diversas, em muitas áreas (Biologia, Física, Matemática, Astronomia, Geologia, Paleontologia, Arqueologia, Informática, História e outras), organizados por setores e distribuídos numa área total de 22 mil m², em três pavimentos e dois mezaninos (BORGES et al., 2008, p. 12).

No entanto, antes de tornar-se Museu de Ciências e Tecnologia, esse museu já obteve outras denominações devido às diversas modificações que sofreu ao longo do seu período de existência. São elas: Museu de Zoologia, Museu de História Natural e Museu de Ciências. Sua origem, desenvolvimento e continuidade estão intrinsecamente relacionados ao trabalho de Jeter Jorge Bertoletti, seu diretor de 1967 a 2007. Inicialmente, o museu contava apenas com coleções de rochas, minerais e animais empalhados. Algumas dessas coleções foram adquiridas de material zoológico, outras do próprio acervo particular de Bertoletti. Porém, com o tempo, foi adquirindo mais materiais como peixes de água doce, material paleontológico, experimentos interativos de física, entre outros. Devido ao seu crescimento, o museu ocupou diferentes espaços dentro da PUCRS, entre eles, o Prédio 10, o Prédio 2, instalações do Colégio Champagnat, da Biblioteca Irmão José Otão, do Prédio 21 e áreas do Prédio 14. A partir de 1993, passou a situar-se no Prédio 40, com frente para a Avenida Ipiranga localizada na capital gaúcha Porto Alegre. (BERTOLETTI, 2012).

Segundo Bertoletti (2012, p. 319), o MCT-PUCRS com a missão de aproximar as pessoas da ciência e da tecnologia de maneira a atingir uma compreensão mais plena da realidade apresenta seus principais objetivos, que são:

[...] despertar e desenvolver o espírito científico e tecnológico da população em geral; popularizar a ciência e a tecnologia através da alfabetização científica, em um processo de inclusão social a partir do sistema de aprendizagem desenvolvido no MCT; contribuir para a melhoria no ensino formal e informal de ciências e matemática; contribuir para a melhoria na formação de professores; capacitar técnicos, especialistas e pesquisadores; produzir materiais e programas educativos; estabelecer intercâmbios com instituições congêneres; incrementar a pesquisa científica tanto básica quanto aplicada.

Nesse contexto, esta proposta de ensino, com vistas a atingir alguns dos objetivos apresentados, contará com a reprodução, em lousa digital, de um experimento disponível no



MCT-PUCRS e a realização de atividades pedagógicas envolvendo conceitos de análise combinatória possibilitadas pela sua exploração, mesmo que meramente visual.

2.3. Sobre a articulação entre Literatura Infantil e Matemática

Conforme Souza e Rodrigues (2008), a articulação entre Matemática e Literatura Infantil possibilita um trabalho lúdico e interdisciplinar em sala de aula. As autoras consideram que, além de ser prazerosa e lúdica para os estudantes, a articulação entre Matemática e Literatura Infantil facilita a construção de conceitos matemáticos envolvidos nos contos.

Nesse sentido, Juliani (2007, p. 5) destaca que “[...] em atividades que empregam a integração das duas áreas, os alunos não aprendem primeiro a matemática para depois aplicar à história, mas exploram a matemática e a história infantil simultaneamente”. Além disso, a autora acredita que a articulação entre Matemática e Literatura Infantil possibilita uma maior compreensão da linguagem matemática formal ao estabelecer relações cognitivas dessa com a língua materna e conceitos da vida real. Na mesma linha, Juliani (2007, p. 5) aponta:

É certo que a linguagem matemática contém símbolos bem definidos que representam conceitos fundamentais, mas também é certo que, para expressá-los oralmente, tomamos emprestados termos da língua materna que podem ter diferentes significados dentro e fora da matemática. Para construir a compreensão da linguagem unidimensional da matemática, faz-se necessário que o aluno tenha noção da diversidade de seu uso.

Existem obras literárias elaboradas com o intuito de desenvolver conceitos matemáticos de modo explícito. Entretanto, também é válido buscar o desenvolvimento de conceitos matemáticos implícitos em obras da Literatura Infantil que não foram elaboradas especificamente para isso. Nesse sentido, Grando e Moreira (2012, p. 132) propõem a resolução de problemas matemáticos que emergem dos contos infantis:

[...] a proposta de resolução de problemas a partir de histórias gera nas crianças uma apropriação particular, ou seja, uma (re)significação do contexto do problema, atribuindo sentidos e significados para a resolução da dificuldade apresentada na história, segundo suas crenças e valores, possibilitando, assim, o desenvolvimento do pensamento matemático.



Pensando nisso, neste estudo será utilizado o conto infantil “Cachinhos Crespos”, uma releitura afro-brasileira da história infantil “Cachinhos Dourados e os três ursos”, elaborada por Dyonisius Mattos (2021), com vistas ao desenvolvimento de conceitos da análise combinatória como, por exemplo, árvore de possibilidades, tabela de dupla entrada e princípio multiplicativo da contagem, ao mesmo tempo em que atende à Lei nº 11.645, de 10 março de 2008, a qual “torna obrigatório o estudo da história e cultura indígena e afro-brasileira nos estabelecimentos de ensino fundamental e médio [...]” (BRASIL, 2008).

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Com vistas ao alcance do objetivo geral desta pesquisa, optou-se pela abordagem qualitativa, uma vez que envolve a coleta de dados descritivos por meio do contato direto do professor pesquisador com o objeto de estudo, isto é, a experimentação de conceitos da análise combinatória por estudantes do Ensino Fundamental, participantes da pesquisa. Na metodologia qualitativa, utiliza-se uma abordagem de pesquisa que analisa os aspectos subjetivos de fenômenos sociais e humanos (GUERRA, 2023). Além disso, de acordo com Bogdan e Biklen (1994, p. 16), na abordagem qualitativa é enfatizado mais o processo do que o produto da investigação, buscando mostrar a visão dos envolvidos no estudo, e os dados coletados são “[...] ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas e de complexo tratamento estatístico.”.

Adicionado a isso, é possível considerar que esta pesquisa é um estudo de caso, pois, de acordo com Yin (2001, p. 32), o estudo de caso “[...] investiga um fenômeno contemporâneo dentro de seu contexto da vida real, especialmente quando os limites entre o fenômeno e o contexto não estão claramente definidos.”. E, nesse caso, os conceitos sobre análise combinatória adquirida pelo grupo de estudantes investigados estão intrinsecamente relacionados às experiências de aprendizagem que lhes foram oferecidas pelo professor pesquisador.

Como instrumentos de coleta de dados, foi utilizada a observação participante do professor pesquisador durante toda a execução da proposta de ensino. Segundo Queiroz et al. (2007, p. 278), a observação participante trata-se da “[...] inserção do pesquisador no interior do grupo observado, tornando-se parte dele, interagindo por longos períodos com os sujeitos,



buscando partilhar o seu cotidiano para sentir o que significa estar naquela situação”. Além disso, também será utilizado um questionário contendo questões abertas sobre as práticas pedagógicas realizadas, buscando verificar a percepção dos estudantes participantes da pesquisa sobre as mesmas.

Portanto, a proposta de ensino descrita nesta investigação ocorreu durante três aulas. Na primeira aula, realizou-se uma atividade prática com material concreto representando a indumentária gaúcha e discutida as diferentes maneiras que os estudantes utilizaram para resolvê-la.

Na segunda aula, realizou-se a reprodução, em lousa digital, do experimento “Cofres”, o qual está disponível no MCT-PUCRS, com vistas a explorar apenas visualmente o experimento e preencher as atividades sobre o mesmo previamente elaborado pelo professor.

Na terceira aula, foi recitado na íntegra o conto infantil “Cachinhos Crespos” (MATTOS, 2021), enquanto sua ilustração foi reproduzida em lousa digital disponível na sala de aula, e construída com os estudantes três cartazes para mostra de trabalhos da escola sobre a Consciência Negra, envolvendo conceitos da análise combinatória, a saber: árvore de possibilidades, tabela de dupla entrada e princípio multiplicativo da contagem.

Ao final dessas atividades, foi respondido pelos estudantes um questionário contendo questões abertas sobre as práticas pedagógicas realizadas. As respostas adquiridas por meio deste questionário foram fragmentadas e esses fragmentos foram agrupados conforme semelhanças entre seus significados e, finalmente, as categorias emergentes desse processo foram descritas visando sua compreensão, conforme o processo de Análise Textual Discursiva (ATD), proposto por Moraes e Galiuzzi (2011), o qual está organizado em três etapas: unitarização, categorização e comunicação das novas compreensões atingidas.

4. RELATO DA EXPERIÊNCIA E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Participaram das atividades descritas neste estudo três turmas de 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública situada em um município da região metropolitana de Porto Alegre, RS. Uma turma conta com 22 estudantes frequentes, outra turma com 18 estudantes frequentes e a última turma conta com 24 estudantes frequentes. As atividades ocorreram durante o horário normal dessas turmas em sala de aula. Todas as salas de aula



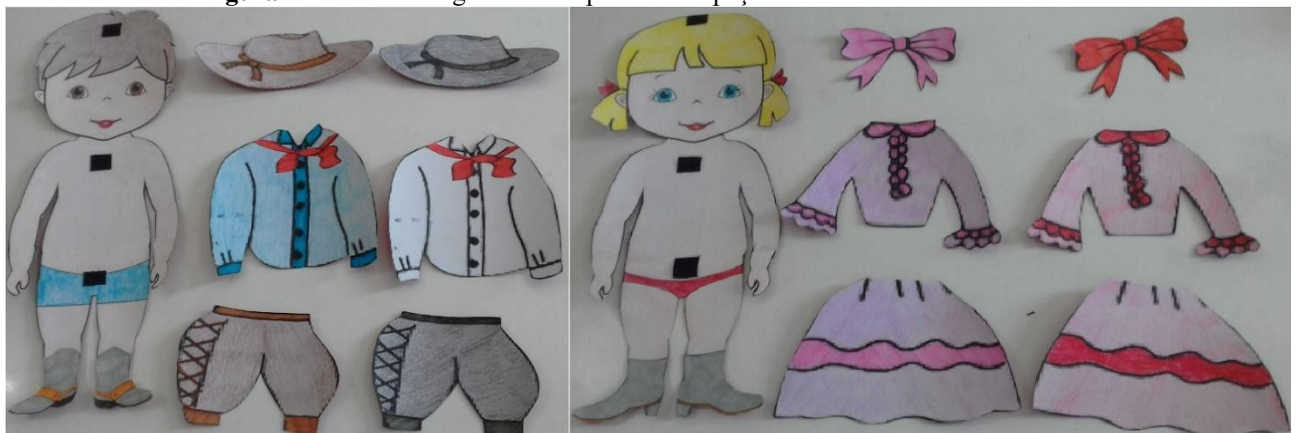
dessa escola são equipadas com quadro branco, de escrita à caneta, e também com lousa digital, que possui acesso à *internet*. A descrição das aulas ocorridas bem como a análise das respostas dadas pelos estudantes ao questionário aplicado após a execução dessas atividades por meio do processo de ATD está organizada nas quatro subseções a seguir.

4.1. Material concreto sobre indumentária gaúcha

Para a realização dessa aula, cada turma, em seu horário, foi dividida em dois grupos e cada grupo deveria escolher dois representantes para realizar as atividades no quadro branco a partir da manipulação dos materiais concretos sobre a indumentária gaúcha. Na realização dessa atividade, foi solicitado a um representante que fosse alterando peças da indumentária gaúcha do seu boneco ou boneca, ao passo em que seu colega de grupo ia escrevendo no quadro à caneta a combinação realizada a cada troca.

O material concreto utilizado foi o boneco de um gaúcho com duas opções de chapéu (marrom e preto), duas opções de camisa (branca e azul) e duas opções de bombacha (marrom e preta) e a boneca de uma prenda com duas opções de saia (vermelha e lilás), duas opções de blusa (vermelha e lilás) e duas opções de laço para cabelo (vermelho e rosa), conforme mostra a Figura 1. A atividade foi proposta sob a forma de jogo onde ganhava o grupo que primeiro terminasse corretamente de listar todas as combinações possíveis de fazer com a indumentária do seu boneco ou boneca mostrando-as com o material utilizado.

Figura 1 - Bonecos do gaúcho e da prenda e as peças de suas indumentárias.



Fonte: os autores (2023).



Como não haviam tido ainda aulas sobre análise combinatória, muito menos manipulativa como esta, os alunos tiveram bastante dificuldade na realização da tarefa. Porém, a cada dica dada pelo professor, como, por exemplo, “*são no máximo oito combinações que não se repetem*”, “*se fixar uma peça de roupa e ir alterando as outras se torna mais fácil*”, “*confere sua lista para ter certeza que não escreveu duas combinações iguais*” os estudantes encaminharam-se para concluir a tarefa corretamente. Quando o primeiro grupo que acreditava ter concluído a tarefa falasse “*STOP!*”, o outro deveria imediatamente parar de realizar suas combinações e aguardar a correção do professor. Se estivesse correto, o grupo venceria a disputa; caso contrário, o jogo continuava para as duas equipes até uma se tornar vencedora.

Ao término da atividade prática no quadro, os alunos foram desafiados a completar as questões solicitadas em folha, entre as quais deveriam descobrir um cálculo que permitisse descobrir o total de combinações mais rapidamente e também algum esquema, além da listagem, que demonstrasse todas essas combinações rapidamente de modo mais organizado.

Após a correção das atividades, os alunos puderam perceber que pelo Princípio Multiplicativo da Contagem as oito combinações eram obtidas pelo cálculo $2 \times 2 \times 2$ e que uma forma organizada de encontrar essas combinações seria uma árvore de possibilidades.

4.2. Experimento “Cofres”

Para essa aula, a ideia inicial era fazer uma visita com os estudantes ao MCT-PUCRS, mas por questões financeiras da escola isso não foi possível. Para não deixar de promover essa tarefa, foi elaborada pelo professor uma apresentação em *slides* mostrando o museu, sua localização e seus principais experimentos, dentre eles o experimento “Cofres” localizado no segundo pavimento do MCT-PUCRS. Os estudantes lamentaram não poderem visitar presencialmente o MCT-PUCRS, mas compreenderam a situação financeira da escola e admiraram bastante a apresentação em *slides* elaborada pelo docente.

Nessa apresentação em *slides*, reproduzida na lousa digital disponível na sala de aula, havia imagens dos três cofres do experimento: um com três botões, um com quatro botões e outro com cinco botões. O objetivo dessa tarefa, que os estudantes realizaram individualmente, era descobrir de quantas maneiras diferentes pode-se abrir cada cofre e listar



todas essas maneiras. Para tanto, na apresentação em *slides*, os botões foram numerados, conforme mostra a Figura 2.

Figura 2 - Experimento “Cofres” do MCT-PUCRS de três, quatro e cinco botões numerados, respectivamente



Fonte: os autores (2023).

Como o cofre com cinco botões permitia a existência de até 120 combinações possíveis, foi dada aos estudantes a numeração do primeiro botão e do último, que já estavam definidos, reduzindo dessa maneira para seis a quantidade de combinações possíveis. Mas isso foi bem difícil para os estudantes perceberem, pois, os botões estavam numerados e isso fazia com que eles multiplicassem esses números no cálculo do princípio multiplicativo da contagem, sendo que deveriam, na verdade, reduzir o número de botões a serem pressionados de cinco para três botões. Talvez se tivesse sido utilizado letras, ao invés de números, para nomear cada botão, essa dificuldade não teria existido ou teria sido menos acentuada.

Com relação à listagem das possíveis senhas que podem abrir o cofre de quatro botões caso estivessem presencialmente no MCT-PUCRS, os estudantes facilmente perceberam que a cada seis senhas um número de botão deveria ser fixado e os outros três trocados de posição, o que facilitou a correção da atividade, pois assim havia uma lógica na construção de suas listagens com 24 combinações diferentes.

Ao final da aula, foi sugerido aos estudantes que guardassem o material em folha utilizado nessa aula para que futuramente testassem essas combinações no experimento “Cofres” quando finalmente a escola tivesse condições financeiras de realizar a visita ao MCT-PUCRS presencialmente, o que foi aceito por eles.



4.3. Conto infantil “Cachinhos Crespos”

Durante a realização da atividade envolvendo material concreto sobre indumentária gaúcha, uma estudante negra de uma das turmas de 8º ano do Ensino Fundamental envolvidas neste estudo pediu maior representatividade na próxima atividade, pois a boneca da prenda, questionada pela estudante, tinha cabelos loiros e olhos azuis. Essa sugestão foi aceita pelo professor, principalmente pelo fato da aplicação da última aula dessa proposta de ensino aproximar-se de 20 de novembro, Dia da Consciência Negra.

Portanto, atendendo à solicitação da estudante e à Lei nº 11.645, de 10 março de 2008, a qual “torna obrigatório o estudo da história e cultura indígena e afro-brasileira nos estabelecimentos de ensino fundamental e médio [...]” (BRASIL, 2008), foram realizadas atividades envolvendo conceitos de análise combinatória implícitos no conto infantil “Cachinhos Crespos” de autoria de Dyonisius Mattos (2021). Nesse conto, que se trata de uma releitura da história infantil “Cachinhos Dourados e os três ursos”, a criança Cachinhos Crespos, em meio à floresta, encontra a casa de três onças-pintadas que possuíam tamanhos diferentes: grande, médio e pequeno. Como as onças-pintadas não estavam em casa, Cachinhos Crespos, ao entrar, utilizou suas cumbucas de açaí e redes de dormir, que possuíam tamanhos correspondentes aos seus donos.

Pensando na estrutura lógica das figuras das onças, de seus pertences e seus tamanhos, foram construídos pelos estudantes de cada turma três cartazes para a mostra de trabalhos da escola sobre Consciência Negra, utilizando conceitos da análise combinatória desenvolvida ao longo das atividades pedagógicas descritas neste trabalho, a saber, árvore de possibilidades, tabela de dupla-entrada e princípio multiplicativo da contagem, ilustrados na Figura 3.

Figura 3 - Cartazes contendo árvore de possibilidades, tabela de dupla-entrada e princípio multiplicativo da contagem sobre o conto “Cachinhos Crespos”.



Fonte: os autores (2023).



Vale ressaltar que os alunos não apresentaram nenhuma dificuldade na realização dessa atividade em particular. Na próxima subseção será apresentada a análise dos dados coletados por meio de questionários contendo questões abertas respondidas pelos estudantes ao término das três aulas propostas neste estudo.

4.4. Análise dos resultados obtidos com o questionário

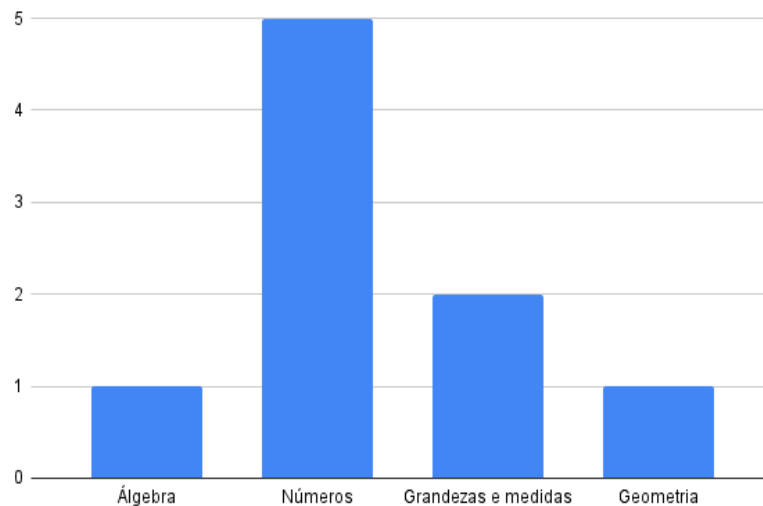
Ao término das aulas, foi aplicado um questionário com os estudantes presentes. Ao todo, 36 questionários foram respondidos pelos estudantes que participaram das atividades pedagógicas descritas neste trabalho. O questionário contava com quatro questões, as quais foram analisadas qualitativamente por meio do processo de ATD. Isto é, as respostas a cada questão foram fragmentadas, conforme unidades de significado, e essas unidades foram categorizadas, conforme semelhanças entre seus significados. Nesta subseção apresenta-se a descrição dos resultados obtidos com vistas à sua compreensão.

Para a primeira questão “Você já estudou Matemática por meio de materiais concretos?”, a maioria dos respondentes, a saber, 19 estudantes, respondeu negativamente. Porém, também foi significativo o número de participantes que responderam positivamente: 17 estudantes. Desse modo, as respostas desses 17 participantes a segunda questão, “Se sim, lembra qual era o conteúdo?”, foram analisadas.

Para a análise da segunda questão, as unidades de significado foram agrupadas conforme as cinco unidades temáticas de Matemática propostas pela BNCC, as quais organizam as habilidades que devem ser desenvolvidas durante o Ensino Fundamental na área de Matemática. São elas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística (BRASIL, 2018). Não emergiram durante a análise dessa questão, respostas referentes ao eixo Probabilidade e Estatística. Sendo assim, desconsiderando as respostas dos oito estudantes que não lembram quais conteúdos matemáticos foram abordados anteriormente por meio de materiais concretos, emergiram quatro categorias desta análise, cujas frequências podem ser observadas no Gráfico 1.



Gráfico 1 - Unidades temáticas da área de Matemática abordadas anteriormente por meio de materiais concretos.



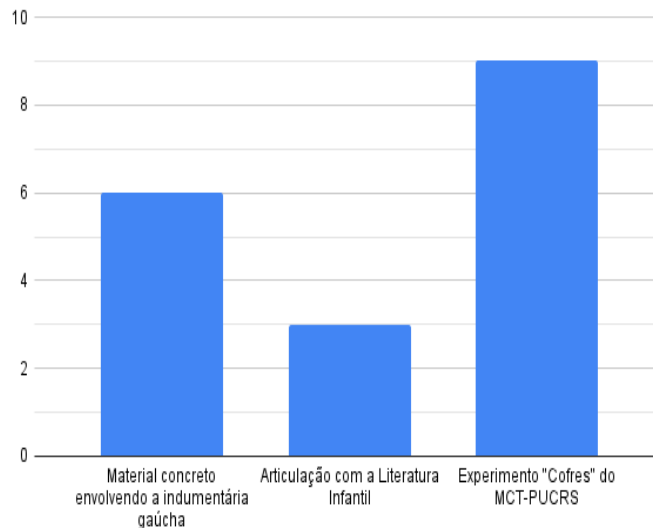
Fonte: os autores (2023).

Como se pode observar, a unidade temática Números obteve maior número de respostas agrupadas em si. Em geral, todas essas respostas se referem ao uso de materiais de contagem durante os anos iniciais do Ensino Fundamental para realizar cálculos simples de adição e subtração, como se pode verificar nos seguintes fragmentos de resposta de dois estudantes: “*Sim com material de contagem. exemplo: feijões e lápis*”; “*continha de mais e menos com palitinhos*”. Na categoria Grandezas e medidas ficaram agrupadas as respostas de apenas dois estudantes, quais sejam: “*trena medi na obra*”; “*gráu*”. Já as categorias Álgebra e Geometria contaram com apenas uma resposta em cada, respectivamente: “*Éra polinomio*”; “*Círculo [...] e quadrados*”. Assim, nota-se que o eixo Probabilidade e Estatística nunca foi abordado anteriormente por meio de materiais concretos com os estudantes participantes da pesquisa, como foi realizado nas atividades pedagógicas descritas neste trabalho.

A terceira questão, “*Você gostou das atividades pedagógicas sobre análise combinatória desenvolvidas neste ano letivo? Se sim, qual atividade mais lhe agradou? Por quê?*”, contou com a resposta positiva da maioria dos participantes de pesquisa: 27 estudantes afirmaram terem gostado das atividades pedagógicas desenvolvidas neste estudo, contra somente nove que alegaram não terem apreciado. As 27 respostas positivas, então, foram analisadas conforme a ATD. O Gráfico 2 mostra a frequência de estudantes que especificaram qual atividade mais lhe agradou entre as desenvolvidas durante a proposta de ensino.



Gráfico 2 - Atividade mais apreciada pelos estudantes.



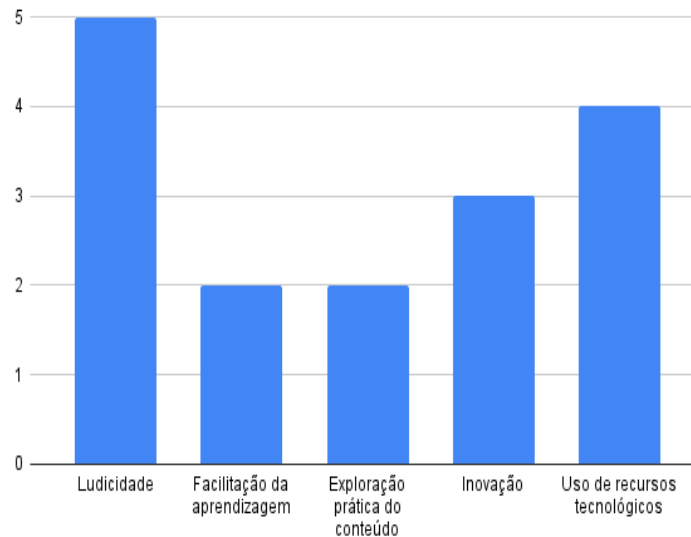
Fonte: os autores (2023).

Como se pode verificar no Gráfico 2, a atividade pedagógica mais apreciada pelos estudantes foi a referente ao experimento “Cofres” disponível para exploração no MCT-PUCRS. Apesar de sua exploração tátil não ter sido possível devido à falta de recursos financeiros da escola para visitação dos estudantes ao MCT-PUCRS, isso não diminuiu o interesse deles nessa atividade, lembrando que o experimento foi explorado apenas visualmente por meio de apresentação de *slides* na lousa digital disponível na própria sala de aula. Além disso, é evidente o interesse dos estudantes por atividades envolvendo a exploração tátil de materiais concretos, pois a segunda atividade mais apreciada pelos estudantes foi aquela envolvendo a troca de peças da indumentária gaúcha, realizada em um boneco e uma boneca de papel, manualmente. Assim, pode-se inferir que a atividade que articulou Matemática e Literatura Infantil talvez tivesse atraído mais o interesse dos estudantes caso também tivesse envolvido a exploração manual de algum material concreto.

Ainda em relação à terceira questão, foram analisadas as respostas que justificavam porque os estudantes gostaram da proposta de ensino desenvolvida no decorrer deste estudo. Dessa análise, emergiram cinco categorias: Ludicidade, Facilitação da aprendizagem, Exploração prática do conteúdo, Inovação, e Uso de recursos tecnológicos. A frequência de cada uma dessas categorias pode ser observada no Gráfico 3.



Gráfico 3 - Motivo pelo qual os estudantes apreciaram a proposta de ensino.



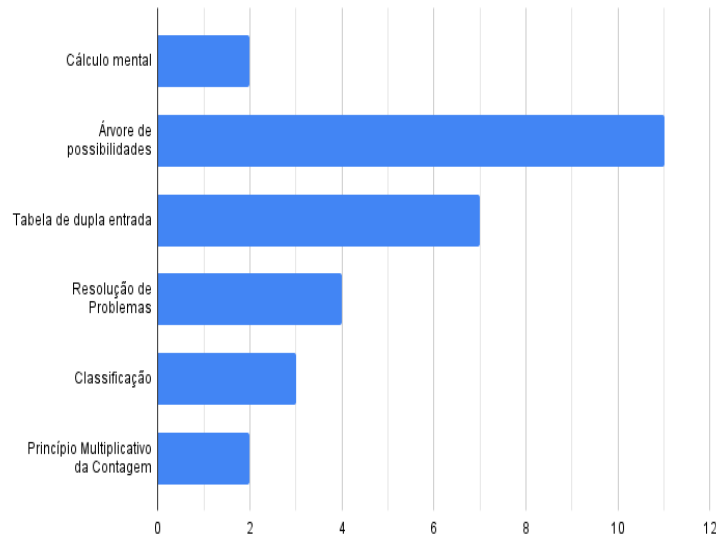
Fonte: os autores (2023).

Destaca-se nessa análise o apelo ao lúdico utilizado durante as atividades pedagógicas, a inovação proporcionada pelo planejamento e execução das mesmas, bem como o envolvimento de recursos tecnológicos, como, por exemplo, o uso da lousa digital em duas das três atividades realizadas. Algumas das respostas dos estudantes agrupadas na categoria com maior frequência foram: “*Gostei de descobrir a senha, por quê foi o mais divertido, é muito diferente, coisas novas.*”; “*Sim, por que um pouco pratico e bem divertido.*”. Alguns trechos dessas respostas também foram agrupados nas demais categorias devido às singularidades de seus significados, principalmente os que destacam a inovação e a exploração prática dos conteúdos promovida pela abordagem utilizada na proposta de ensino.

Na análise da última questão, “Quais conceitos sobre análise combinatória você aprendeu nessas atividades pedagógicas?”, não foi feita distinção entre os estudantes que apreciaram ou não a proposta de ensino realizada durante este estudo, pois se entende que, apesar de suas preferências, todos tenham aprendido algo por meio desta. Desse modo, por meio da análise dos 36 questionários respondidos, emergiram seis categorias para essa questão, excluindo da análise apenas aqueles estudantes que não especificaram nenhum conceito em sua resposta. As categorias emergentes dessa análise, bem como a frequência de cada uma, podem ser observadas no Gráfico 4.



Gráfico 4 - Conceitos relacionados à análise combinatória aprendida pelos estudantes.



Fonte: os autores (2023).

É interessante observar no Gráfico 4, a quantidade de aprendizagens destacadas pelos estudantes participantes da pesquisa, não sendo observado a emergência de apenas duas ou três categorias com grande frequência de respostas agrupadas em cada. Isso mostra a multiplicidade de conceitos envolvidos no estudo de análise combinatória que foram percebidos pelos estudantes, em detrimento de professores tecnicistas que ainda acreditam que basta somente ensinar o Princípio Multiplicativo da Contagem aos estudantes e esperar que eles apenas apliquem esse conceito na resolução de situações problema envolvendo análise combinatória de modo geral. Alguns trechos de respostas de estudantes que demonstraram terem compreendido que existem diversas maneiras de resolver um mesmo problema envolvendo análise combinatória são: “*Árvore de possibilidades, combinações por tabela*”; “*multiplicação, tabela*”; “*que não precisa fazer muitos números ou letras. Só saber usar a cabeça*”.

Enfim, a partir dessa análise foi possível verificar que a maioria dos estudantes participantes da pesquisa apreciou a proposta de ensino descrita neste texto, principalmente as atividades pedagógicas envolvendo o uso de materiais concretos com apelo ao tátil e ao visual e que, por meio do uso desses recursos, conseguem perceber uma multiplicidade de conceitos sobre análise combinatória durante a resolução de situações problema envolvendo esse conteúdo.



5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao término deste trabalho, é possível tecer algumas considerações sobre os resultados obtidos a partir da experiência de desenvolver uma proposta de ensino envolvendo a experimentação de conceitos sobre análise combinatória na prática com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental.

No que se refere ao uso de experimentos disponíveis em museus de ciências e tecnologia, é importante destacar que independentemente da visita aos mesmos, quando bem planejada e executada, uma proposta de ensino envolvendo esses experimentos atrai tanto a atenção dos estudantes quanto se estivessem fisicamente no museu, bem como lhes permite ter uma ideia de uma aplicação prática do conteúdo desenvolvido em sala de aula.

Em relação ao uso de materiais concretos, principalmente aqueles com apelo ao tátil e ao visual, a proposta de ensino mostrou-se eficaz para tornar a experimentação de conceitos sobre análise combinatória mais prática para os estudantes que os utilizam, bem como para atrair o interesse dos mesmos. Nesse sentido, é possível afirmar que a articulação com a Literatura Infantil, caso utilize materiais concretos, também pode tornar-se uma aliada nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática.

Ainda, é válido ressaltar que as atividades pedagógicas realizadas neste estudo permitiram aos estudantes envolvidos perceber vários conceitos sobre análise combinatória que lhes possibilitaram resolver situações problema envolvendo esse conteúdo por meio de diferentes estratégias, tais como tabelas de dupla entrada, árvore de possibilidades e princípio multiplicativo da contagem.

Entretanto, para que isso ocorra, é importante o professor estar atento para possíveis dificuldades que podem surgir durante o processo de aprendizagem dos estudantes, lhes fornecendo informações necessárias para o alcance dos objetivos propostos, como ocorreu nas atividades pedagógicas realizadas, nas quais o professor necessitou fornecer dicas aos estudantes para que os mesmos não repetissem combinações já realizadas com a indumentária gaúcha e nem utilizassem posições de botões dos cofres definidas numericamente, de forma errônea, no cálculo do princípio multiplicativo da contagem.



Enfim, conforme verificado na análise dos questionários, o eixo Probabilidade e Estatística ainda é pouco explorado nos anos finais do Ensino Fundamental, apesar de ser indicado na BNCC. Mas atividades pedagógicas como as descritas neste estudo permitem modificar essa realidade e preparar os estudantes do Ensino Fundamental para o estudo mais aprofundado desse eixo de conteúdos matemáticos, que será realizada no Ensino Médio, por meio da exploração prática de conceitos envolvendo análise combinatória considerados requisitos para o desenvolvimento dessa unidade temática, uma vez que para calcularmos a probabilidade de qualquer evento ocorrer, antes precisamos calcular o total de possibilidades do mesmo.

REFERÊNCIAS

BERTOLETTI, J. J. Museu de Ciências e Tecnologias da PUCRS: projetos especiais – 1967-2007. In: BORGES, R. M. R.; IMHOFF, A. L.; BARCELLOS, G. B. (Orgs.). *Educação e cultura científica e tecnológica: centros e museus de ciências do Brasil*. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2012, p. 299-358.

BERTOLETTI, A. C. R. A arte de construir experimentos interativos. In: BORGES, R. M. R. (Org.). *Museu de Ciências e Tecnologia da PUCRS: coletânea de textos publicados*. Porto Alegre, EDIPUCRS, 2013, p. 61-68.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora, 1994.

BORGES, R. M. R.; MANCUSO, R.; LIMA, V. M. R. (Orgs.). *Museu interativo: fonte de inspiração para a escola*. (2a ed). Porto Alegre: EDIPUCRS, 2008.

BRASIL. *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. *Lei nº 11.645, de 10 de março de 2008*. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2008/lei/111645.htm>. Acesso em: 14 nov. 2022.



BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf>.

Acesso em: 01 dez. 2022.

ICOM - Comitê Internacional de Museus. Barcelona, 2001. Disponível em: <<https://www.triscele.com.br/triscele/o-que-e-um-museu>>. Acesso em: 01 set. 2022.

FERRARO, J. L. S.; GIGLIO, R. O Museu como espaço de transversalidade. In: *Educação Por Escrito*, Porto Alegre, 2014, v. 5, n. 2, p. 333-345.

FREIRE, P. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GRANDO, R. C.; MOREIRA, K. G. Como crianças tão pequenas, cuja maioria não sabe ler nem escrever, podem resolver problemas de matemática? In: CARVALHO, M.; BAIRRAL, M. A. (Orgs). *Matemática e Educação Infantil: investigações e possibilidades de práticas pedagógicas*. Rio de Janeiro: Vozes, 2012, p. 121-144.

Guerra, A. de L. e R. (2023). METODOLOGIA DA PESQUISA CIENTÍFICA E ACADÊMICA. Revista OWL (OWL Journal) - REVISTA INTERDISCIPLINAR DE ENSINO E EDUCAÇÃO, 1(2), 149–159. <https://doi.org/10.5281/zenodo.8240361>

JULIANI, M. Matemática e Literatura: Resolução de situações-problema a partir de contos para crianças. In: *Revista do Professor*, Porto Alegre, 2007, v. 23, n. 90, p. 5-8.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S. (Org.). *O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores*. Campinas, SP: Autores Associados, 2006, p. 3-37.

MATTOS, D. *Cachinhos Crespos*. [S.l]: Bitá Publicações, 2021, 24 p.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. *Análise textual discursiva*. Ijuí: Unijuí, 2011.



PIAGET, J. *A epistemologia genética. Sabedoria e ilusões da filosofia. Problemas de psicologia genética*. São Paulo: Abril Cultural, 1983.

QUEIROZ, D. T.; VALL, J.; SOUZA A. M. A.; VIEIRA, N. F. C. Observação participante na pesquisa qualitativa: conceitos e aplicações na área da saúde. In: *Revista Enfermagem UERJ*, Rio de Janeiro, 2007, v. 15, n. 2, p. 276-283.

RÊGO, R. M.; RÊGO R. G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In Lorenzato, S. (Org.). *O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores*. Campinas, SP: Autores Associados, 2006, p. 39-56.

SOUZA, S. F.; RODRIGUES, R. V. R. Literatura e Matemática: possibilidade de trabalho lúdico e interdisciplinar. In: *Revista do Professor*, Porto Alegre, 2008, v. 24, n. 95, p. 35-39.

VALENTE, M. E. A. (Org.). *Museus de Ciências e Tecnologia, interpretações e ações dirigidas ao público*. Rio de Janeiro: MAST, 2007.

YIN, R. K. *Estudo de caso: planejamento e métodos*. Porto Alegre: Bookman, 2001.